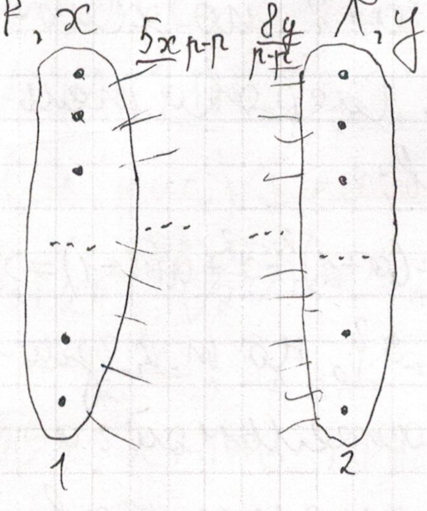
ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.1	ЛИСТ 1 ИЗ 2	211 ШИФР УЧАСТНИКА

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	0	28

Задание 11.1

Представим связи рыцарей и лжецов в виде двудольного графа, в одной части которого будут все вершины, представляющие рыцарей, а в другой — представляющие лжецов:

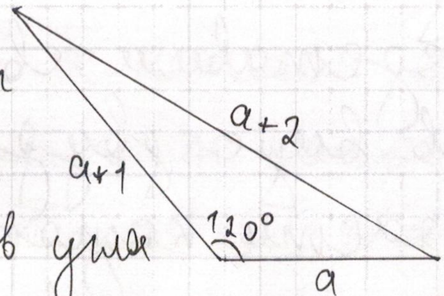


Пусть на острове x рыцарей и y лжецов (см. рис.), тогда, из первой доли графа выходит $5x$ рёбер, а из второй — $8y$. Т.к. все дружбы „взаимны", то эти числа равны, т.е. $5x = 8y$. + Предположим, что утверждение о том, что на острове всего 110 человек, верно. Тогда $y = 110 - x \Rightarrow 5x = 8(110 - x) \Rightarrow x = \frac{880}{13} \notin \mathbb{Z}$, чего не может быть, т.к. кол-во людей должно быть целым числом $\Rightarrow$ данное утверждение неверно, и сказавший его — лжец. ■

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2, 11.3	ЛИСТ 1 ИЗ 2	211 ШИФР УЧАСТНИКА

Задание 11.2



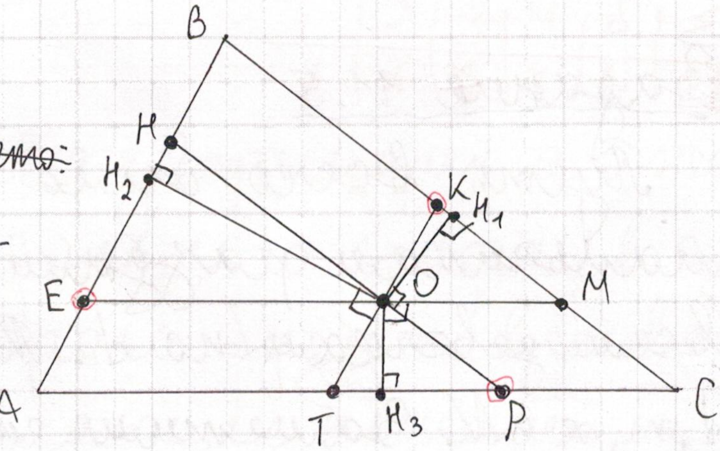
Понятно, что бо́льшая сторона треугольника будет лежать против угла в 120°, т.к. это наибольший угол. Пусть меньшая сторона треугольника равна a, тогда бо́льшая равна $a+2$ по условию, а оставшаяся — $a+1$. Следовательно, по теореме косинусов:

$(a+2)^2=(a+1)^2+a^2-2a(a+1)\cos 120^\circ=(a+1)^2+a^2+a(a+1)\Rightarrow$
$\Rightarrow a^2+4a+4=3a^2+3a+1\Rightarrow a\in\{-1;1{,}5\}$, но т.к. длина не может быть отрицательной: $a=1{,}5\Rightarrow$ оставшиеся две стороны равны 2,5 и 3,5.

Ответ: 1,5; 2,5; 3,5.

Задание 11.3. $2101=191\cdot 11$.

$(2a-1)\,\vdots\,2101\Rightarrow(6a-3)\,\vdots\,2101$, т.к. $2101 \not\vdots\, 3$; аналогично $(6b-2)\,\vdots\,2101$, т.к. $2101\not\vdots\,2\Rightarrow(6a-3)+(6b-2)+(6c-1)=6(a+b+c-1)\,\vdots\,2101\Rightarrow(a+b+c-1)\,\vdots\,2101$, т.к. $(2101 \not\vdots\, 6)=1$ ~~Ответ~~ Ответ: да.



Задание 11.4

~~(См. рис.) Заметим, что:~~

Проведём перпенди-кулярны из точки О на ~~ох~~ стороны треугольника AB, BC и AC: OH_2, OH_1 и OH_3 соответственно. Тогда, т.к. $KT \parallel AB$, $HP \parallel BC$, $EM \parallel AC$: $OH_2 \perp KT$, $OH_1 \perp HP$, $OH_3 \perp EM$.

(См. рис.) Заметим, что:

$$S_{\Delta EKP} = \cancel{\frac{OK \cdot OH}{2}} + S_{\Delta EOK} + S_{\Delta EOP} + S_{\Delta KOP} = \frac{OK \cdot OH_2}{2} + \frac{OE \cdot OH_3}{2} + \frac{OP \cdot OH_1}{2}; \quad S_{\Delta HMT} = S_{\Delta HOT} + S_{\Delta TOM} + S_{\Delta MOH} = \frac{OT \cdot OH_2}{2} + \frac{OM \cdot OH_3}{2} + \frac{OH \cdot OH_1}{2}.$$

Т.к. $KT \parallel AB$, $HP \parallel BC$, $EM \parallel AC$: AEOT, BHOK, CMOP — параллелограммы, и из рис.: $S_{AEOT} = OT \cdot OH_2 = OE \cdot OH_3$, $S_{BHOK} = OK \cdot OH_2 = OH \cdot OH_1$, $S_{CMOP} = OM \cdot OH_3 = OP \cdot OH_1$.

Тогда, можно заметить, что:

$$S_{\Delta EKP} = \frac{S_{BHOK} + S_{AEOT} + S_{CMOP}}{2}; \quad S_{\Delta HMT} = \frac{S_{AEOT} + S_{CMOP} + S_{BHOK}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{\Delta EKP} = S_{\Delta HMT}. \blacksquare$$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.5	ЛИСТ 2 ИЗ 2	211 ШИФР УЧАСТНИКА

Задание 11.5

Пусть всего было x конфет, всем мальчикам раздали по m конфет, а всем девочкам по d. Тогда: $20d+17m=x$, $d, m, x \in N$. Заметим, что, т.к. способ раздачи один, число x можно представить единственно возможным разложением на 20-ки и 17-ки, которое и написано выше ($20d+17m=x$). Поскольку числа 20 и 17 взаимнопростые, это означает, что $d<17$, $m<20$, ведь тогда сумму $(20d+17m)$ нельзя будет представить по-другому, заменив числа d и m на другие. Следовательно, наибольшее значение x равно $20\cdot16+17\cdot19=320+323=643$ при $d=16$, $m=19$.

Ответ: 643.